



# M DÉLISATION DES PLASMAS D'ARC

**Jean-Marc BAUCHIRE**

**GREMI**

***Groupe de Recherches sur l'Energétique des Milieux Ionisés  
UMR 7344***

**12e Journées du Réseau Plasmas Froids – 21/10/2014 – La Rochelle**



## Plan de l'exposé

- **Introduction**
- **Rappels sur les arcs électriques**
- **De la modélisation mathématique...**
- **... à la simulation numérique**
- **Quelques exemples**
- **Aspects complémentaires**
- **Conclusion**



## Introduction

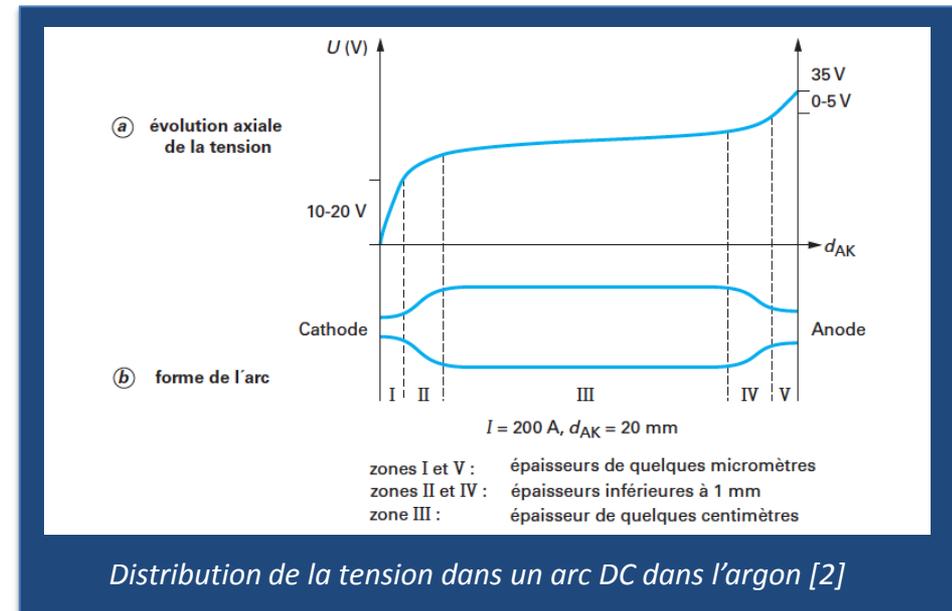
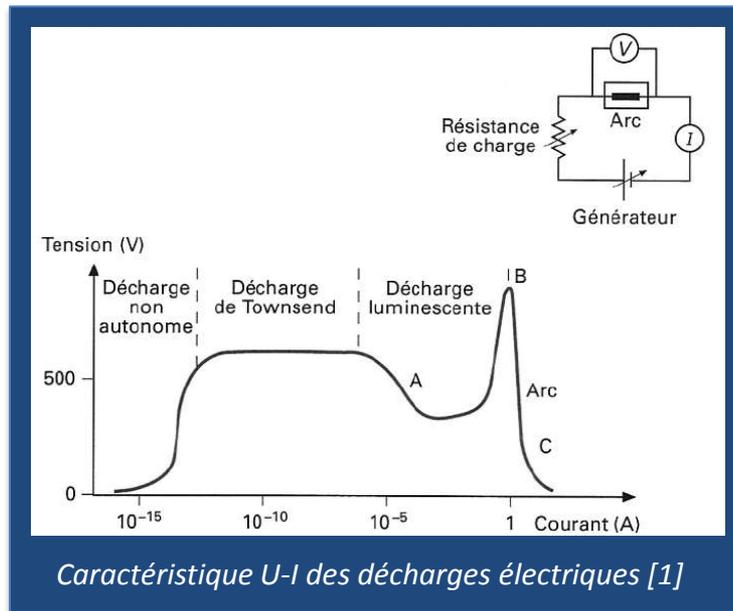
### ■ Les objectifs de cette présentation

- Donner les éléments de base à la compréhension de la simulation numérique des arcs électriques
- Revue de l'ensemble du processus de simulation numérique plutôt qu'une revue de « tous » les modèles

### ■ Quelques définitions avant de commencer

- Arc électrique, plasmas d'arc et plasmas thermiques
- Modélisation mathématique et simulation numérique

## Rappels sur les arcs électriques ➤ Caractéristiques



L'arc électrique est un type de **décharge électrique** dont les caractéristiques principales sont :

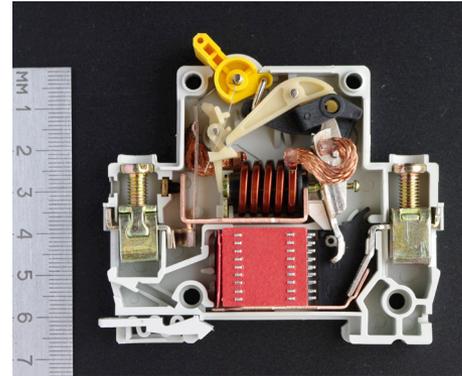
- Courant fort
- Tension faible
- Pression élevée
- Présence d'un spot cathodique
- Faible épaisseur de gaines
- Fort rayonnement
- Températures élevées
- Equilibre thermodynamique local

[1] « Arc électrique », S. Vacquié, *Techniques de l'ingénieur*, Article D2870 (1995)

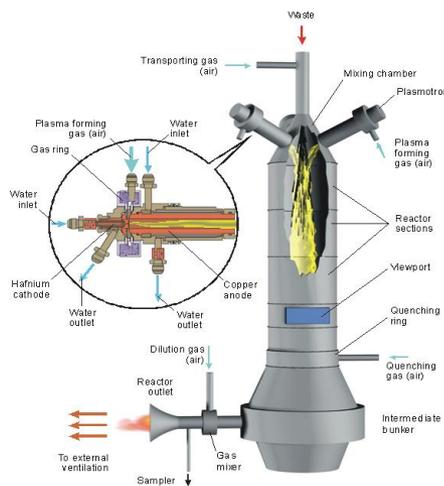
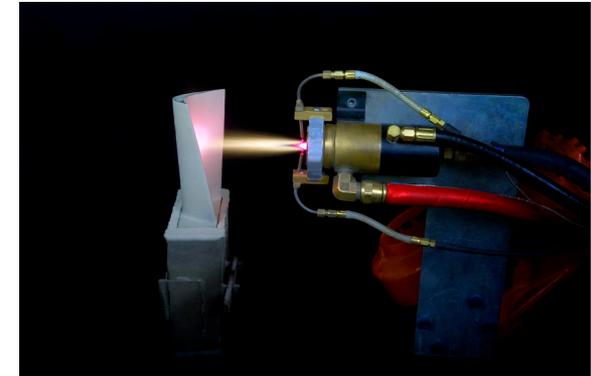
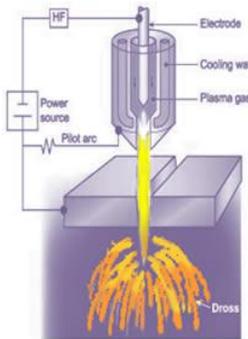
[2] « Plasmas thermiques : Production », P. Fauchais, *Techniques de l'ingénieur*, Article D2820 (2007)

## Rappels sur les arcs électriques ➤ Applications

- La coupure de courant
- Le soudage et le découpage
- La projection thermique
- La métallurgie
- La distribution d'électricité
- Le traitement des déchets
- ...



- ➔ Systèmes aux géométries, caractéristiques électriques, pressions... très différentes.
- ➔ Intérêt de la simulation comme outil de prédiction, d'optimisation, d'aide à la conception, et à l'interprétation.



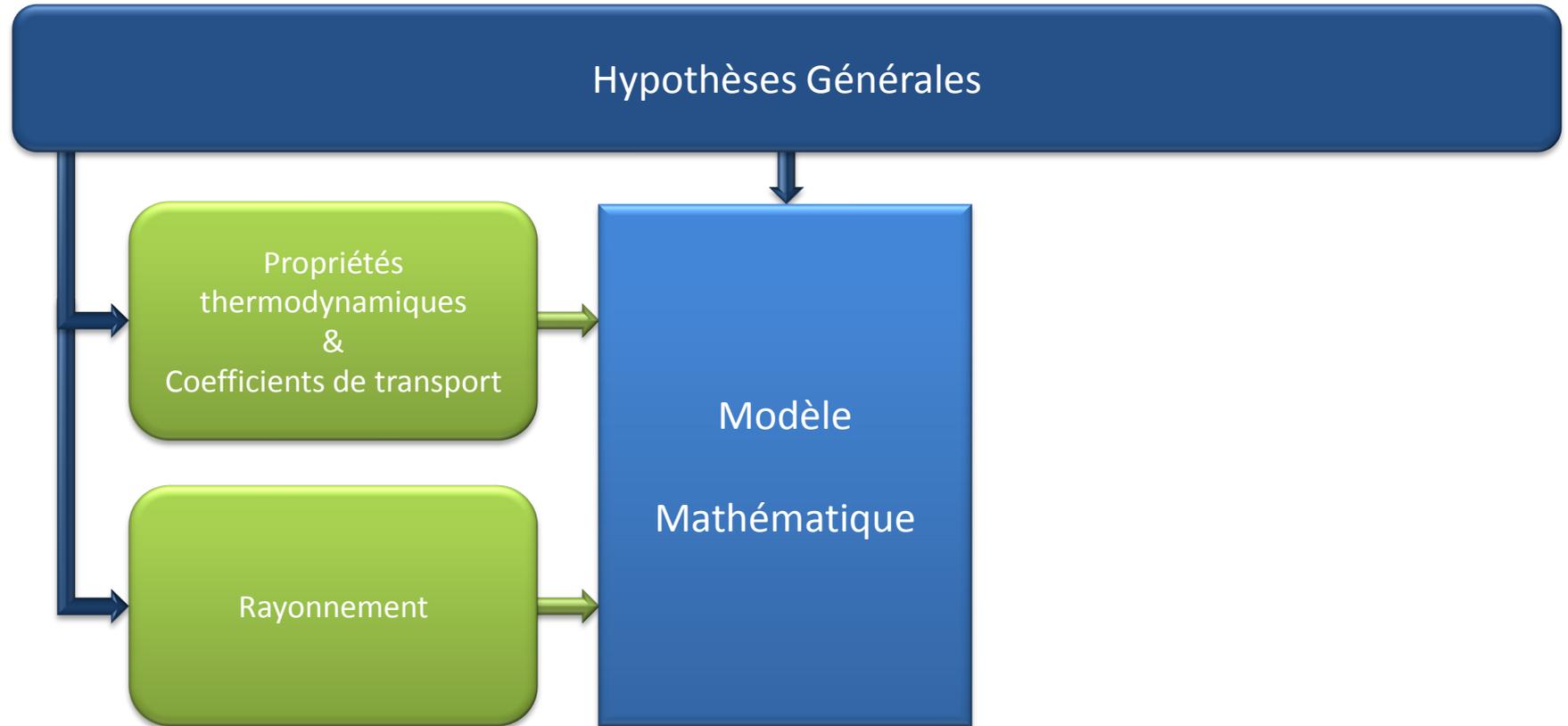


## Plan de l'exposé

- Introduction
- Rappels sur les arcs électriques
- **De la modélisation mathématique...**
- ... à la simulation numérique
- Quelques exemples
- Aspects complémentaires
- Conclusion



## De la modélisation mathématique... ➤ Organigramme général

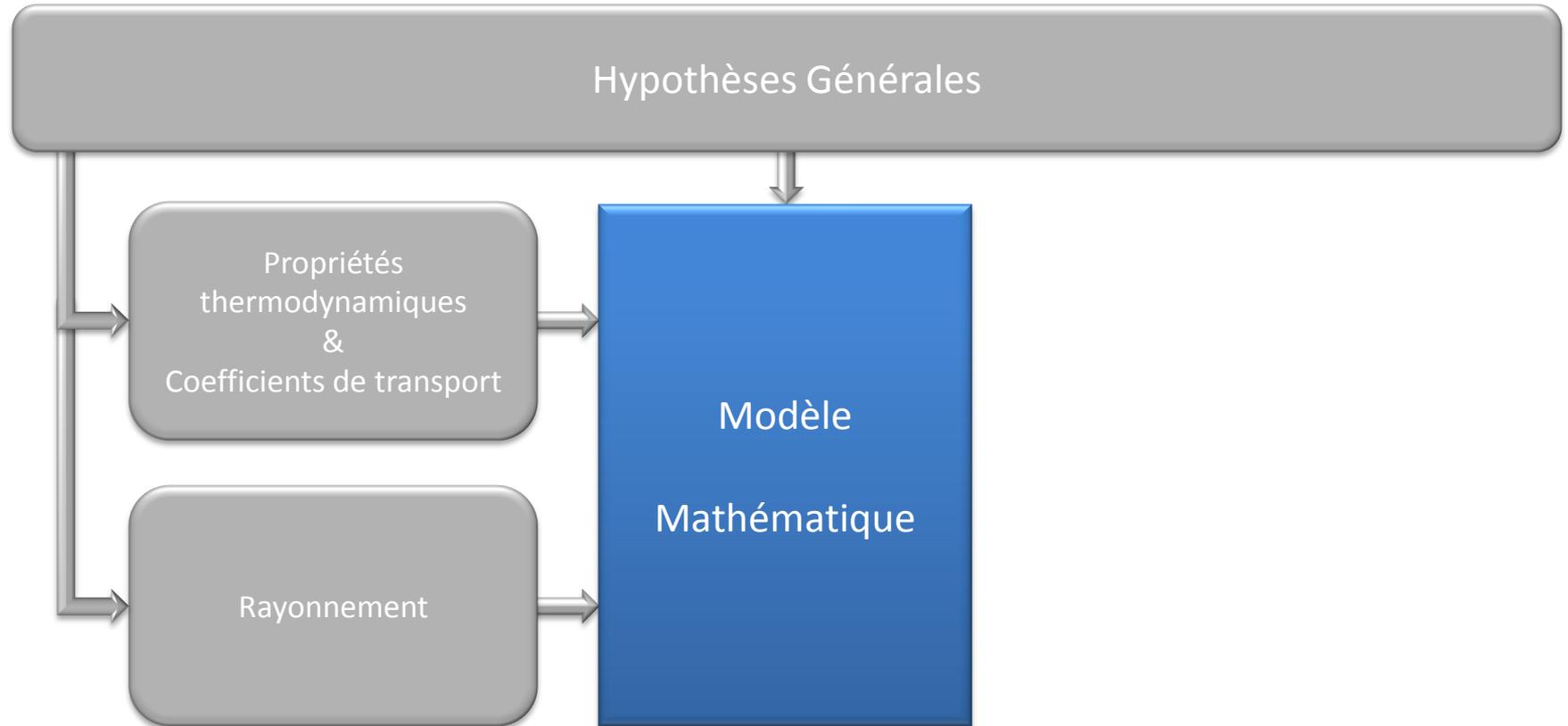




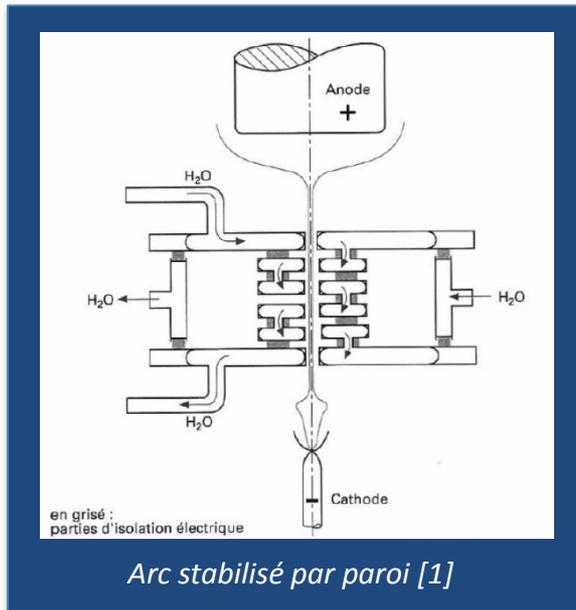
## Hypothèses Générales

- Equilibre Thermodynamique Local
- Quelles grandeurs ( $\bar{v}$ ,  $T$ ,  $V$ ,  $B$ ,  $n_i$ ... ) ?
- Quel régime temporel (permanent, transitoire) ?
- Quel régime d'écoulement (laminaire, turbulent, subsonique... ) ?
- Quel régime d'alimentation électrique (DC, AC... ) ?
- Quel phénomène physique « extérieur » (pesanteur, champ magnétique... ) ?
- Quel gaz (pur, mélange, réactif... ) ?
- Quelle géométrie (symétrie, taille, dimension... ) ?
- Prise en compte des électrodes (érosion, thermique... ) ?

## De la modélisation mathématique... ➤ Organigramme général



## De la modélisation mathématique... ➤ Modèle mathématique



### Hypothèses générales :

- Equilibre Thermodynamique Local
- Grandeur : Température
- Etude en régime stationnaire / transitoire
- On néglige l'écoulement
- Alimentation DC (E constant)
- Pas de paramètres extérieurs
- Argon
- Symétrie de révolution (r, θ, z), 1D
- On ne considère que la colonne positive

### Equation modifiée d'Elenbaas-Heller :

- Cas stationnaire (arc en DC)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - U = 0$$

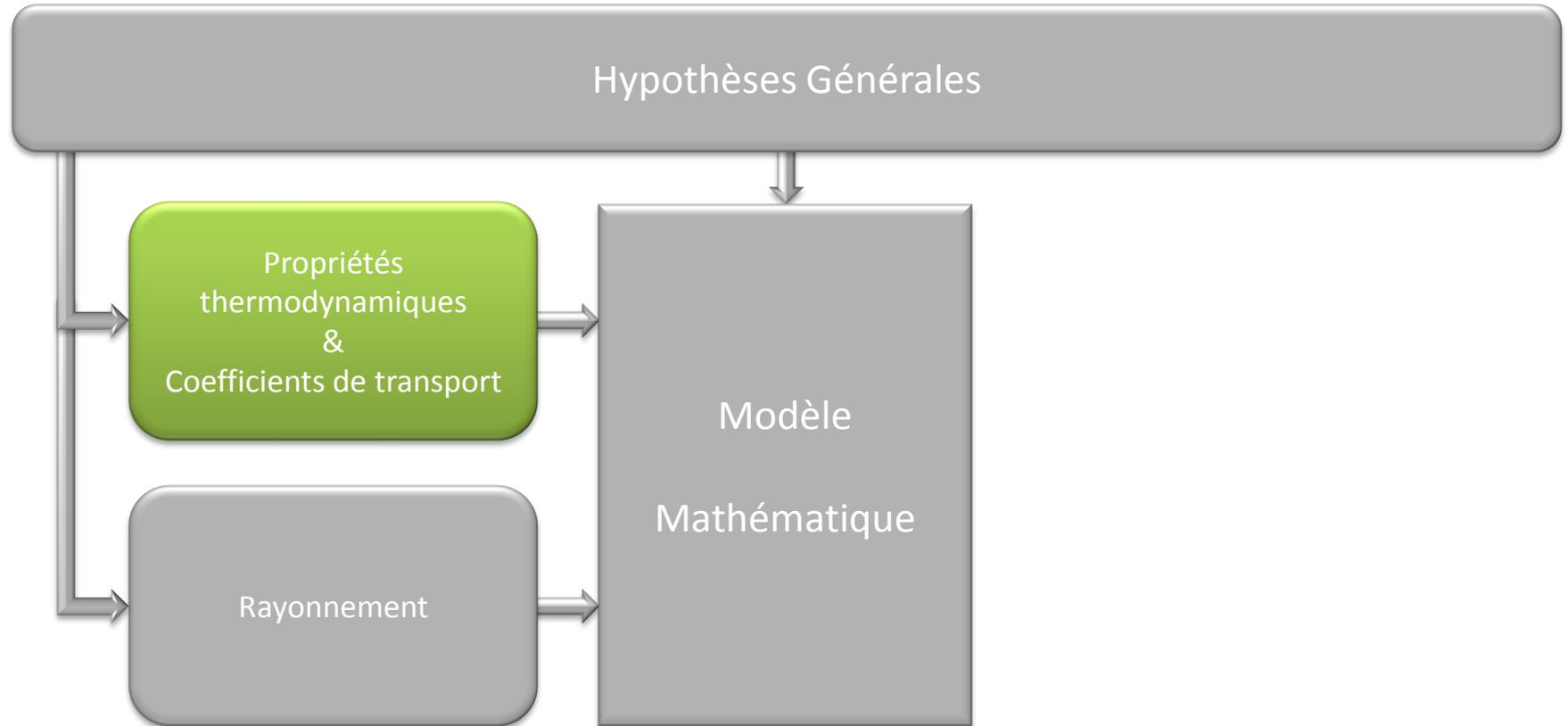
- Cas transitoire (arc en extinction)

$$\frac{\partial (\rho C_p T)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) - U$$

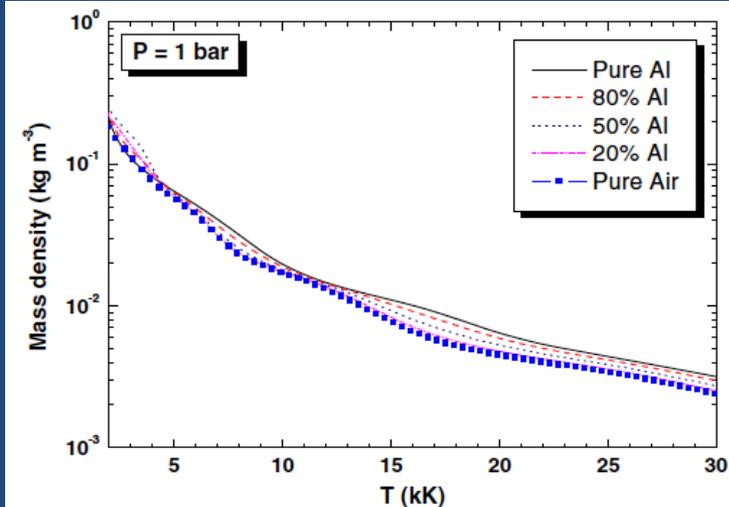
### Données de base :

- Propriétés thermodynamiques
- Coefficient de transport
- Rayonnement

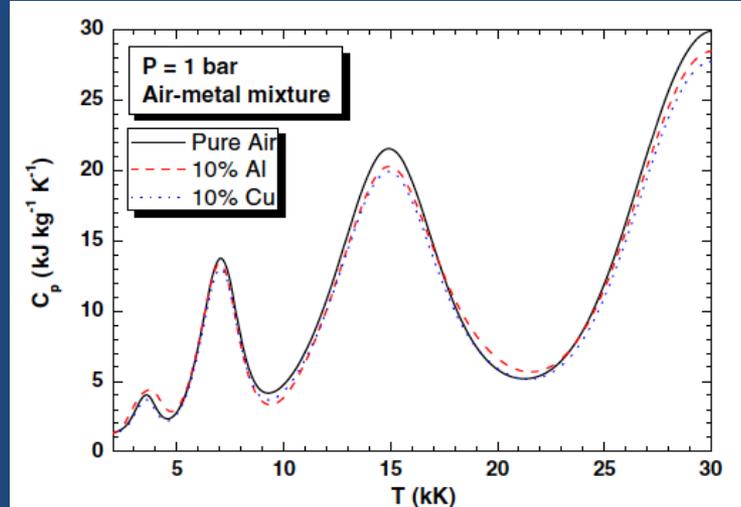
## De la modélisation mathématique... ➤ Organigramme général



## De la modélisation mathématique... ➤ Propriétés thermodynamiques et coefficients de transport



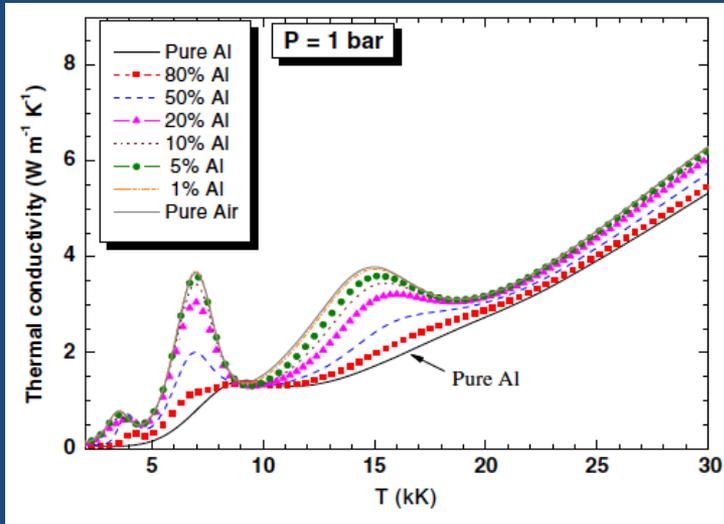
Masse volumique d'un mélange air-aluminium [3]



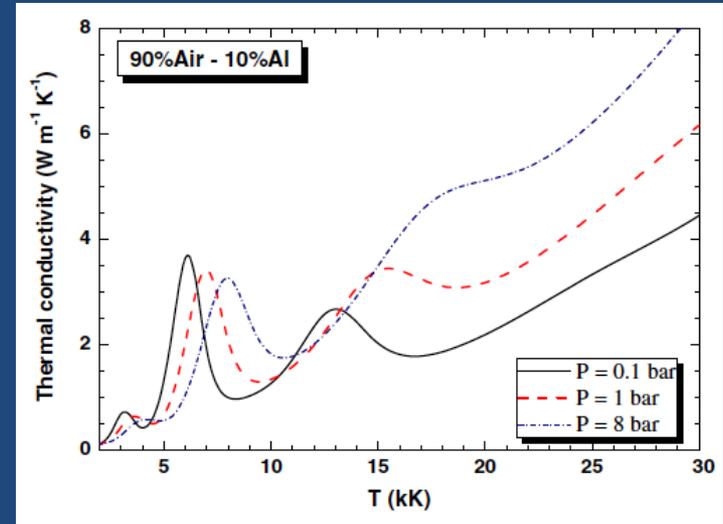
Chaleur spécifique d'un mélange air-aluminium [3]

- Ces propriétés dépendent :
  - de la composition
  - de la température
  - de la pression
- Calcul de composition et des propriétés basés sur des lois d'équilibre :
  - Neutralité électrique
  - Loi de Saha
  - Loi de Guldberg-Waage
  - ...
- Elle nécessite la connaissance des données de base (fonctions de partition, taux de réaction...)

## De la modélisation mathématique... ➤ Propriétés thermodynamiques et coefficients de transport



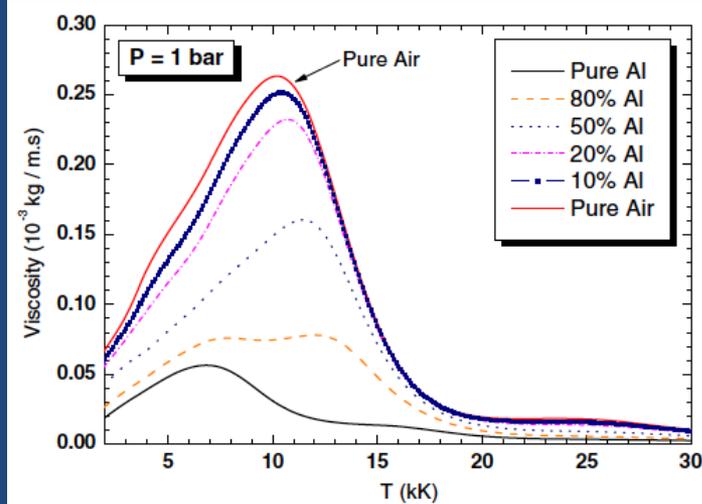
Conductivité thermique d'un mélange air-aluminium [3]  
Influence de la composition



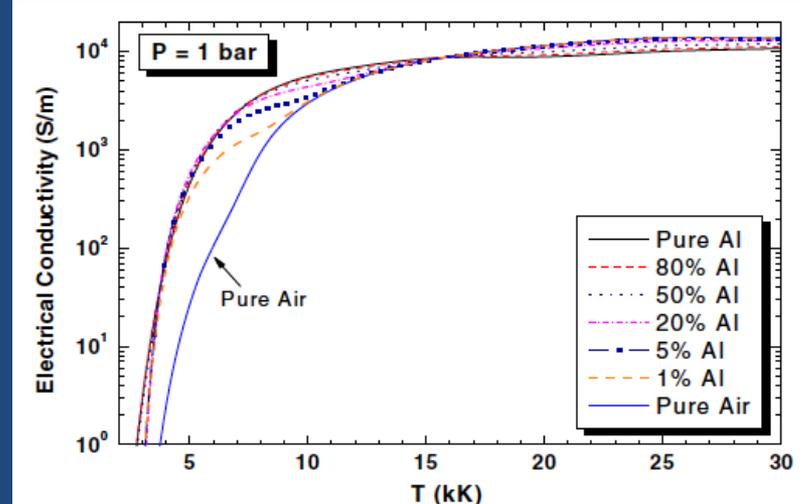
Conductivité thermique d'un mélange air-aluminium [3]  
Influence de la pression

- Ces coefficients dépendent :
  - de la composition
  - de la température
  - de la pression
- Calculs basés sur la théorie de Chapman-Enskog
- Elle nécessite la connaissance des potentiels d'interaction pour chaque type de collision possible

## De la modélisation mathématique... ➤ Propriétés thermodynamiques et coefficients de transport



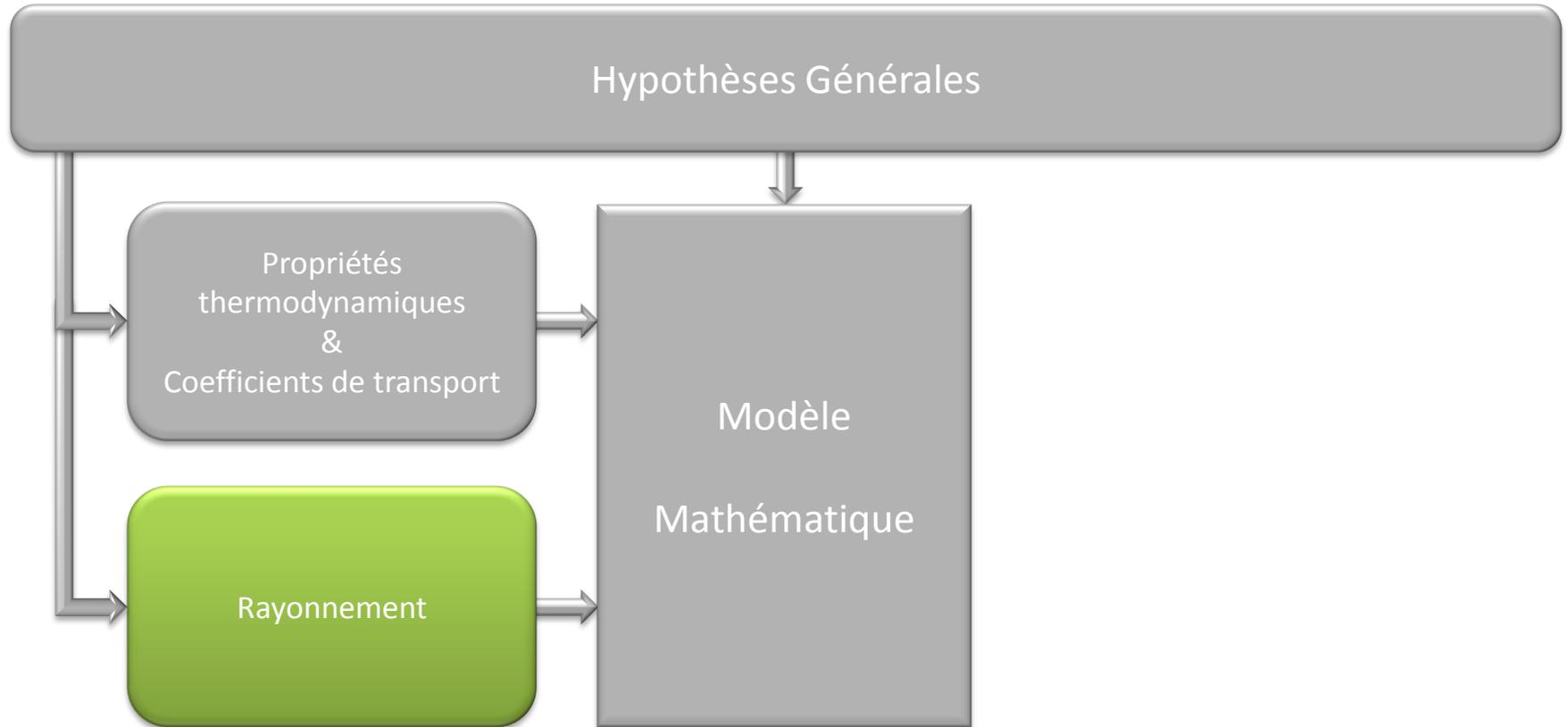
Viscosité d'un mélange air-aluminium [3]



Chaleur spécifique d'un mélange air-aluminium [3]

- L'influence des vapeurs métalliques sur la conductivité électrique est importante à basse température
- L'ensemble de ces données est calculé par quelques équipes de recherche aux LAPLACE, LAEPT, SPCTS (T&TWinner)

## De la modélisation mathématique... ➤ Organigramme général





## De la modélisation mathématique... ➤ Rayonnement

- **Le rôle du rayonnement est important dans les arcs :**
  - Part importante des pertes énergétiques
  - Participe à l'érosion des électrodes et/ou des parois
  - Rôle dans la chimie du milieu ambiant (dépollution, synthèse...)
  - Facteur aggravant dans les accidents en présence d'arcs
  
- **Pour les simulation numériques, il est nécessaire de connaître la puissance transportée par le rayonnement, i.e. résoudre l'équation du transfert radiatif, mais :**
  - Complexité de la répartition spectrale du rayonnement
  - Présence de gradients de température, de pression, de composition
  
- ➔ **Mise au point de méthodes de calcul basées sur des hypothèses simplificatrices**
  - Méthode du coefficient d'émission nette (NEC)
  - Méthode du coefficient moyen d'absorption
  - Méthode des caractéristiques partielles
  - ...

## De la modélisation mathématique... ➤ Rayonnement

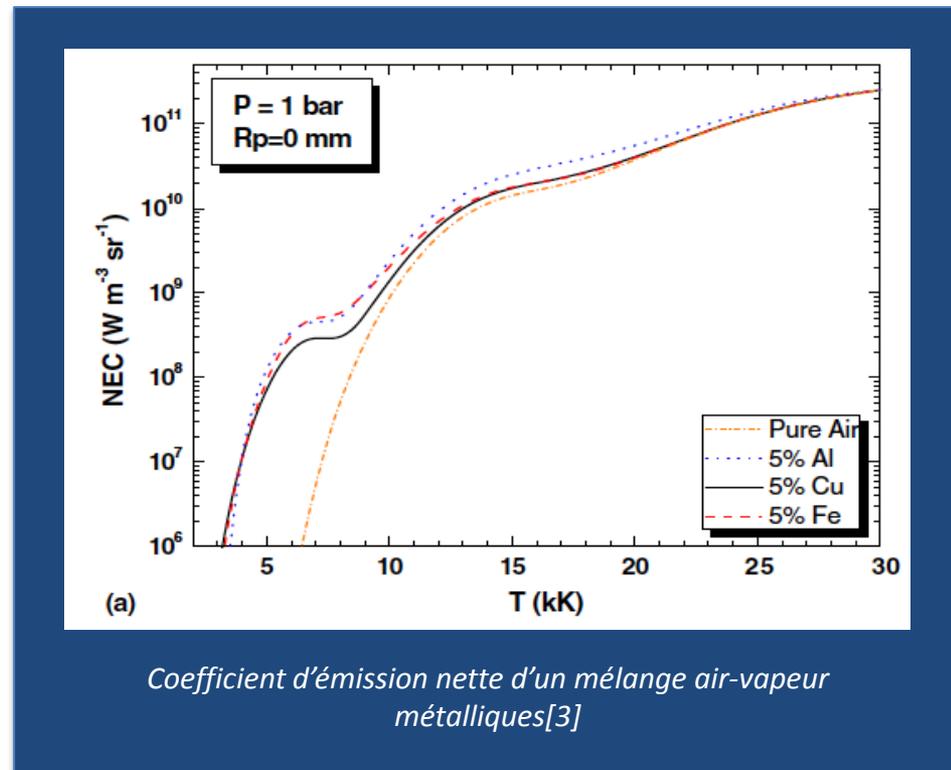
### ■ Méthode du coefficient d'émission nette (NEC)

- Calcul du rayonnement émis par les régions chaudes de l'arc, en tenant compte de l'auto-absorption
- Relativement facile à mettre en œuvre
- Bonne évaluation pour les régions chaudes
- Choix de  $R_p$  peut être délicat
- Ne modélise pas la réabsorption éventuelle du rayonnement par les régions froides

### ■ Hypothèses de calcul

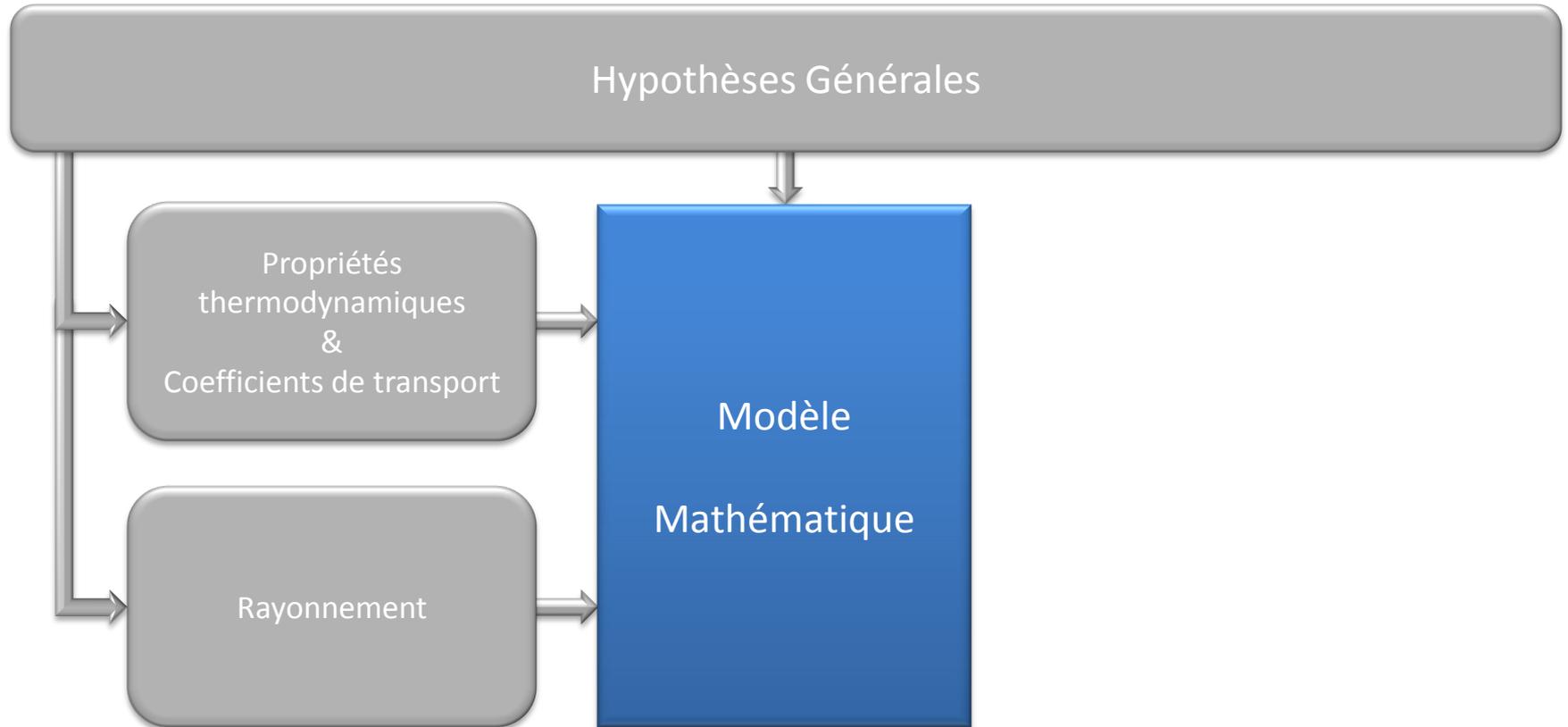
- ETL
- Milieu non diffusif
- Spectre réel
- Plasma isotherme ( $R_p$ )

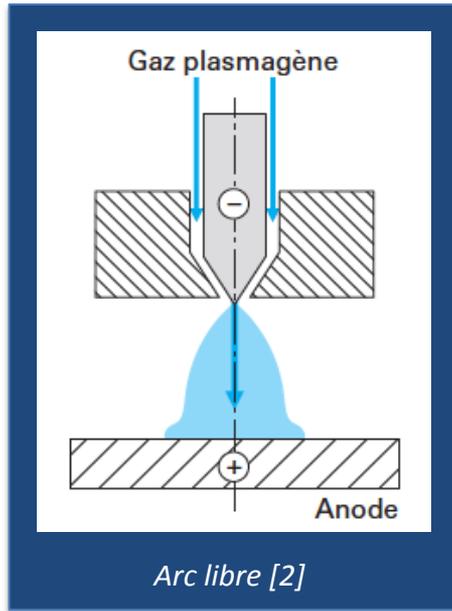
➔  $\varepsilon_N = f(T, P, R_p, \text{Gaz})$



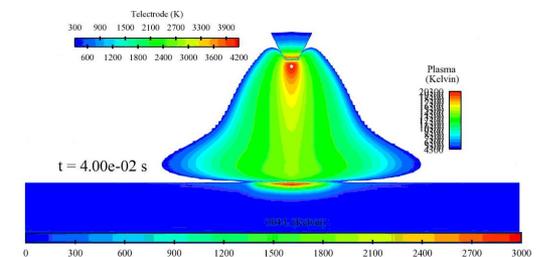
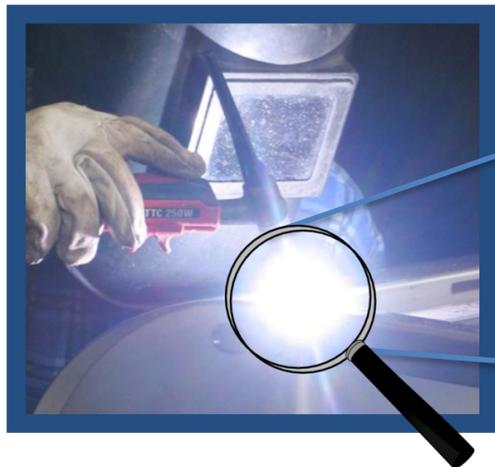


## De la modélisation mathématique... ➤ Organigramme général



De la modélisation mathématique... ➤ **Modèle mathématique****Hypothèses générales :**

- Equilibre Thermodynamique Local
- Grandeurs :  $v$ ,  $T$ ,  $V$ ,  $B$
- Etude en régime stationnaire
- Ecoulement laminaire
- Alimentation DC
- Pas de paramètres extérieurs
- Argon, air ou vapeurs métalliques
- 3D
- Modèle de colonne positive





# De la modélisation mathématique... ➤ Modèle mathématique

Conservation equation	$\Phi$	$\Gamma_\Phi$	$S_\Phi$
(a)			
Mass (equation (6a))	1	0	0
Mass fraction (equation (6b))	$X_i$	$\mu D$	0
x-momentum (equation (7))	$u$	$\mu$	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]$ $+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + j_y B_z - j_z B_y$
y-momentum (equation (8))	$v$	$\mu$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right]$ $+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + j_z B_x - j_x B_z$
z-momentum (equation (9))	$w$	$\mu$	$-\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]$ $+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + j_x B_y - j_y B_x$
Energy (equation (10))	$T$	$\kappa$	$\frac{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2}{\sigma} + \frac{5}{2} \frac{k_B}{e} \left( j_x \frac{\partial T}{\partial x} + j_y \frac{\partial T}{\partial y} + j_z \frac{\partial T}{\partial z} \right)$ $+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \rho D - \frac{\kappa}{C_p} \right) (h_i - h_x) \frac{\partial X_i}{\partial x} \right]$ $+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \rho D - \frac{\kappa}{C_p} \right) (h_i - h_x) \frac{\partial X_i}{\partial y} \right]$ $+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \rho D - \frac{\kappa}{C_p} \right) (h_i - h_x) \frac{\partial X_i}{\partial z} \right] - U$
Scalar potential (equation (11))	$V$	$\sigma$	0
(b)			
x vector potential (equation (12))	$A_x$	1	$\mu_0 j_z$
y vector potential (equation (13))	$A_y$	1	$\mu_0 j_x$
z vector potential (equation (14))	$A_z$	1	$\mu_0 j_y$

Expression générale des équations

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \Phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \Phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + S_\Phi.$$

Les équations sont non-linéaires et fortement couplées

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{\nabla} V$$

$$\vec{J} \times \vec{B}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

12e Journées du Réseau Plasmas Froids – 21/10/2014 – La Rochelle

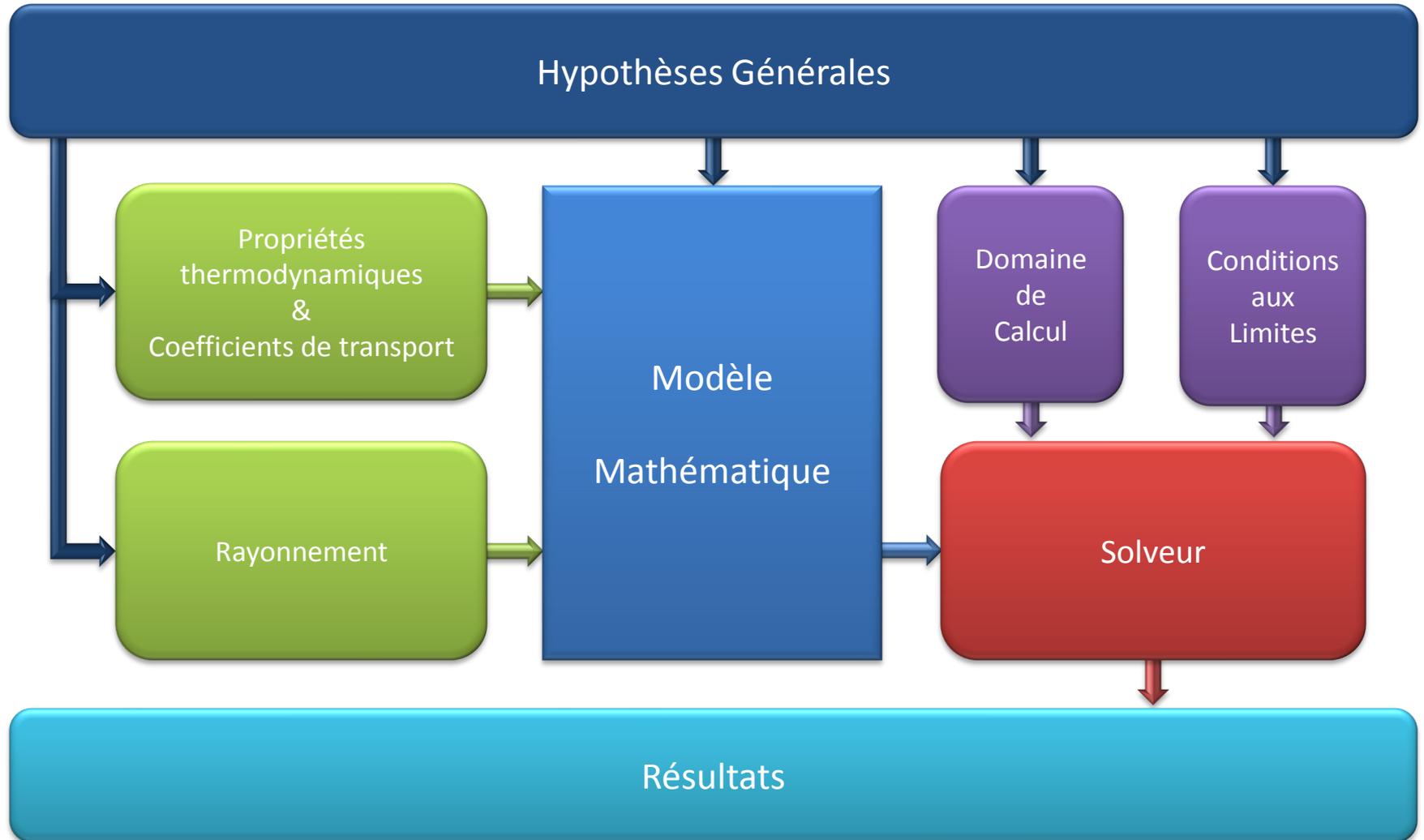
[4] A Gleizes et al 2005 Thermal plasma modelling J. Phys. D: Appl. Phys. 38 R153–R184



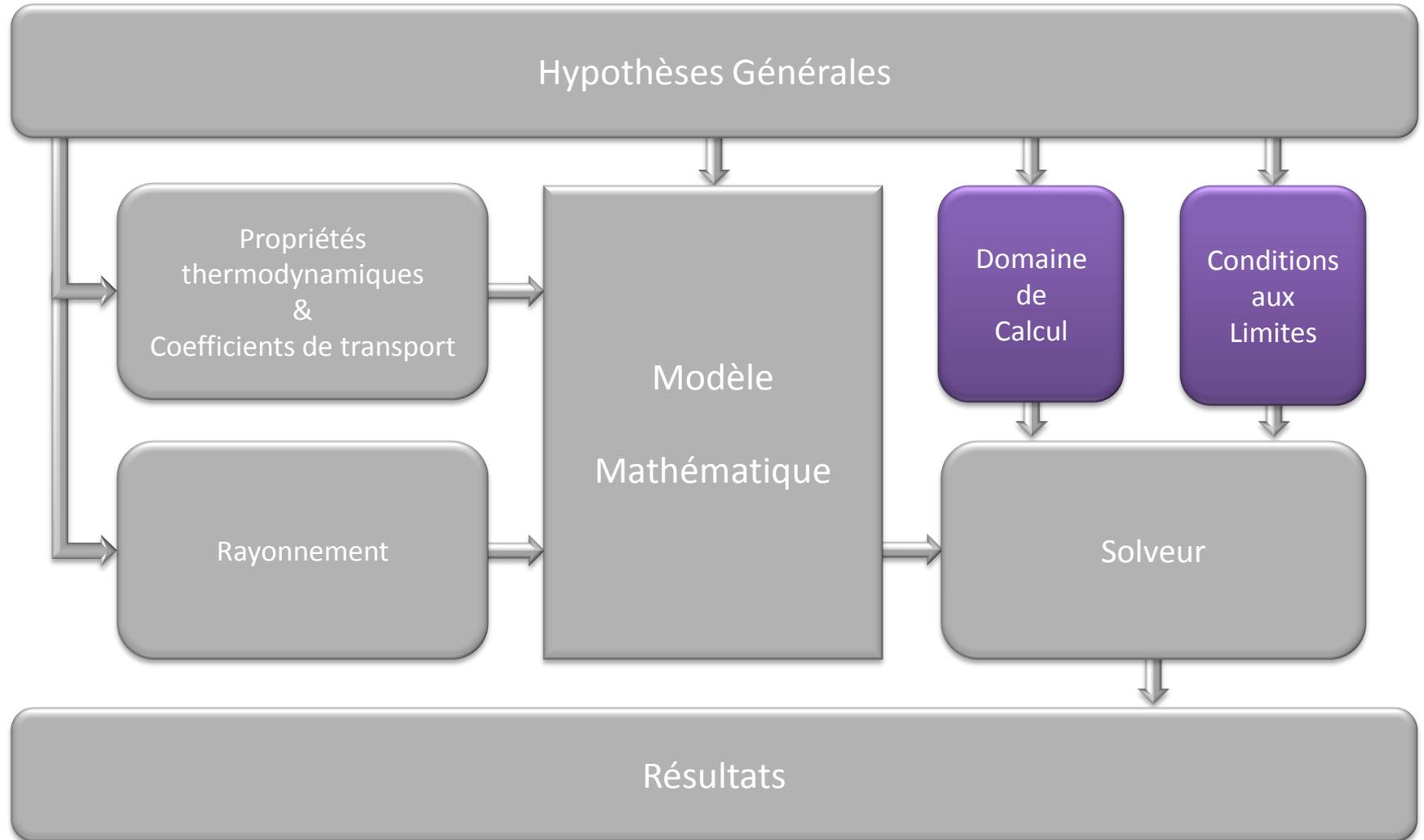
## Plan de l'exposé

- Introduction
- Rappels sur les arcs électriques
- De la modélisation mathématique...
- **... à la simulation numérique**
- Quelques exemples
- Aspects complémentaires
- Conclusion

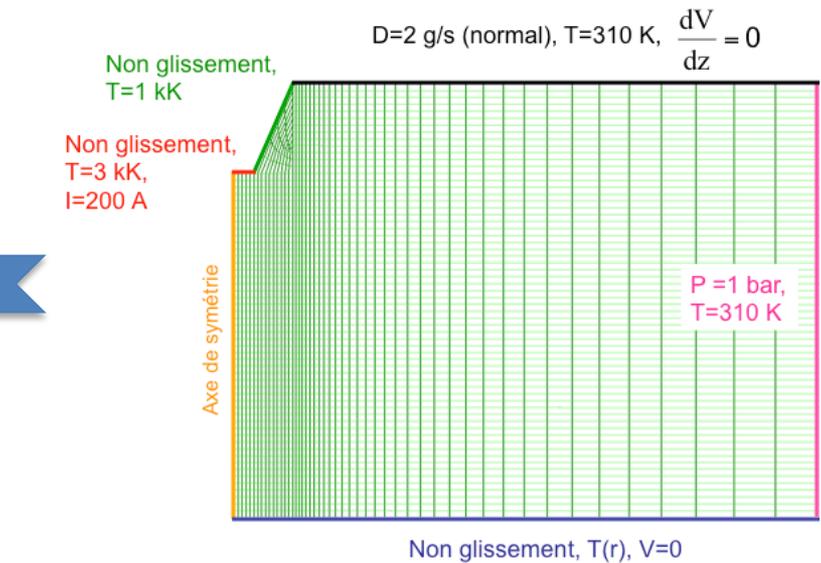
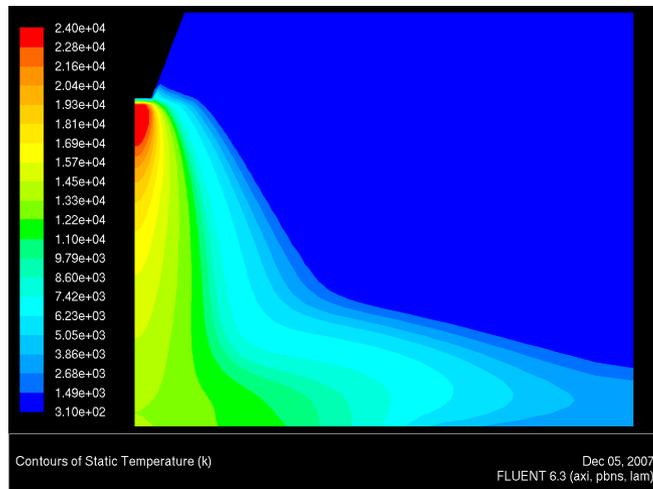
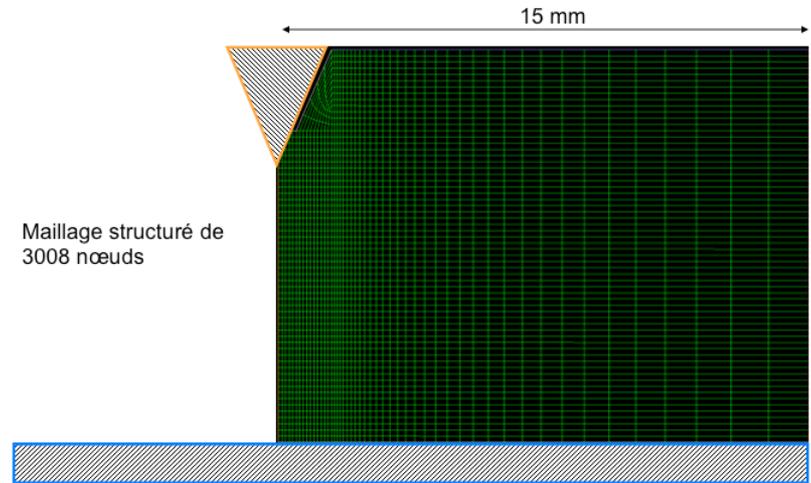
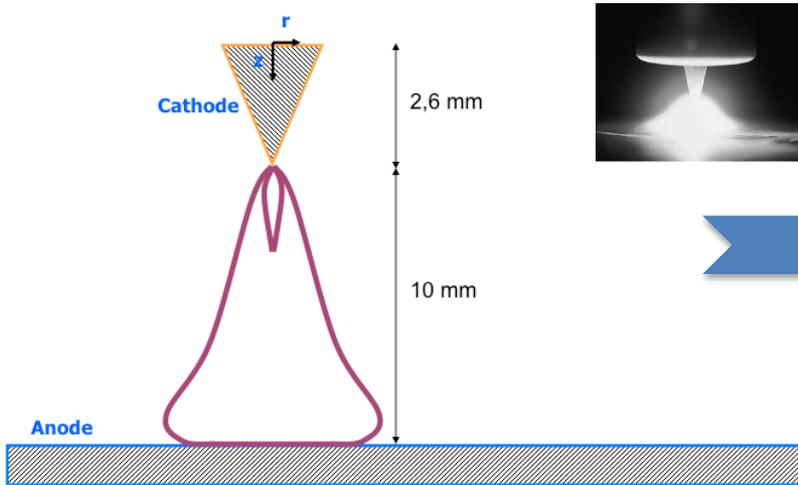
## ... à la simulation numérique ➤ Organigramme général



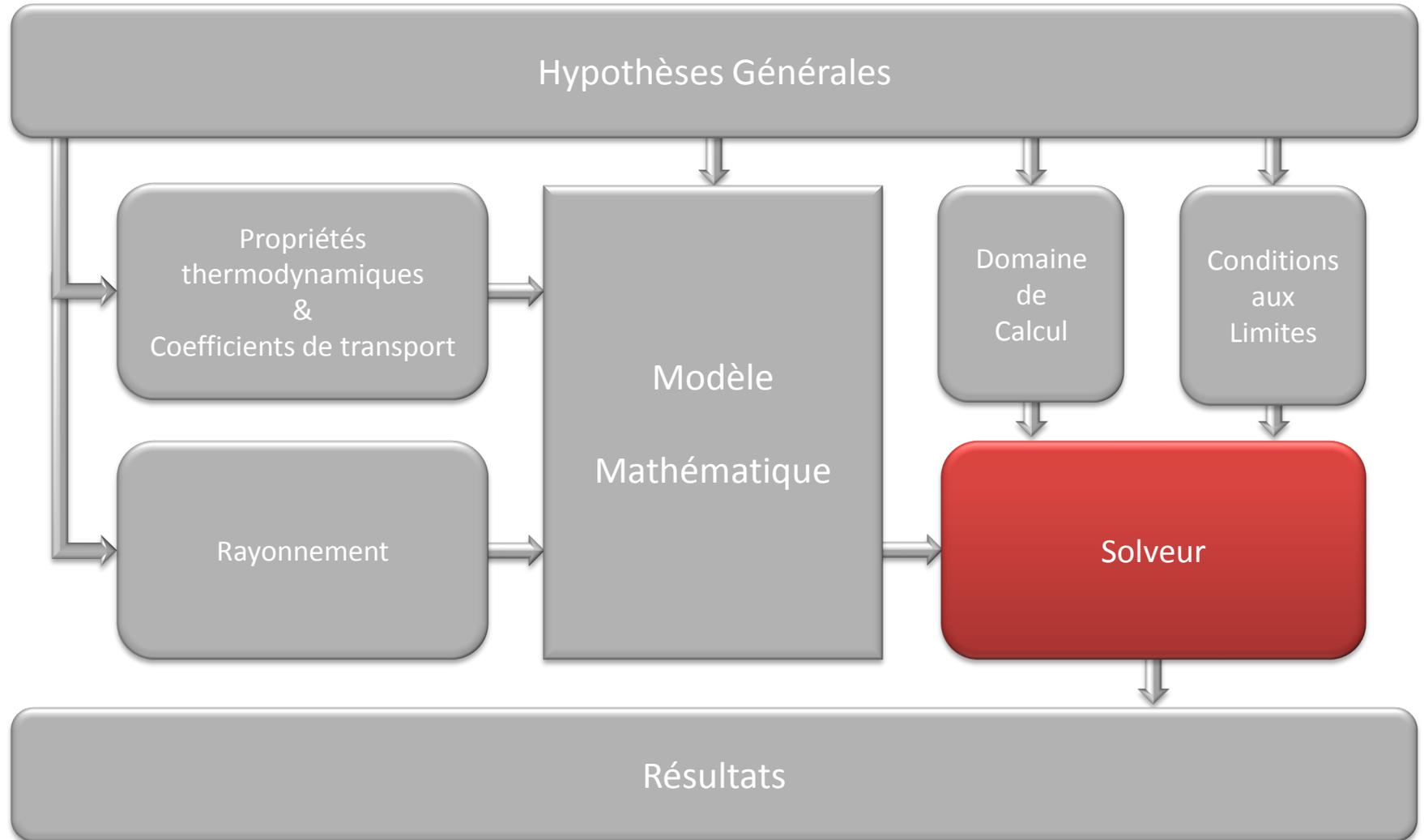
## ... à la simulation numérique ➤ Organigramme général



## ... à la simulation numérique ➤ Domaine de calcul et conditions aux limites



## ... à la simulation numérique ➤ Organigramme général



... à la simulation numérique ➤ **Solveur****Processus de calcul**

Discrétisation

- Ecriture des équations pour chaque point de maillage
- Méthodes Volumes finis, Eléments finis...
- Construction d'un système d'équations linéaires

Résolution

- Résolution du système d'équations
- Méthodes directes ou itératives

Post-processing

- Traitement des résultats (calcul de diverses grandeurs)
- Visualisation

**Logiciels**

- Les logiciels sont rarement adaptés à de tels calculs ➔ Beaucoup de travail de préparation/codage
- Problème de « l'amorçage » de l'arc ➔ Impact sur la convergence du code
- Toujours possible de développer son propre code de calcul



## Plan de l'exposé

- Introduction
- Rappels sur les arcs électriques
- De la modélisation mathématique...
- ... à la simulation numérique
- **Quelques exemples**
- Aspects complémentaires
- Conclusion

# Quelques exemples ➤ Arc de coupure (3D, temporel, laminaire, ANSYS Fluent®)

(1) Mass equation:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0. \quad (1)$$

(2) Momentum equation:

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_i \vec{V}) = \nabla \cdot (\eta \nabla v_i) - \frac{\partial p}{\partial x_i} + (\vec{J} \times \vec{B})_i.$$

(3) Energy equation:

$$\frac{\partial (\rho H)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho H \vec{V}) = \nabla \cdot \left( \frac{\lambda}{c_p} \nabla H \right) + \sigma |E|^2 - q_{\text{rad}} + q_{\eta}.$$

(4) Equation of state:

$$\rho = \rho(p, T).$$

(5) The potential vector equations to calculate the electromagnetic field. Potential equation:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad (5)$$

$$\vec{E} = -\nabla \Phi, \quad (6)$$

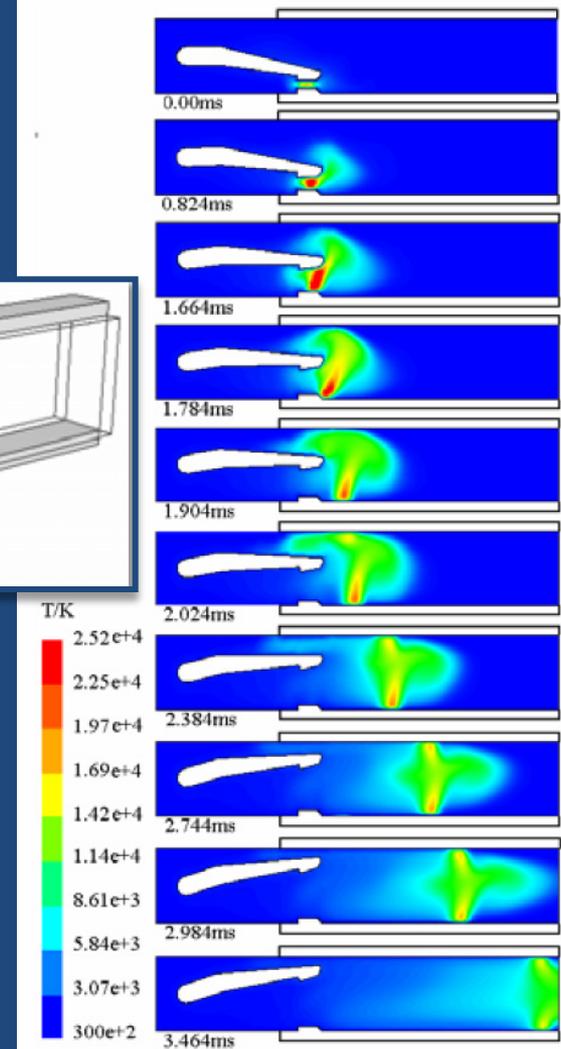
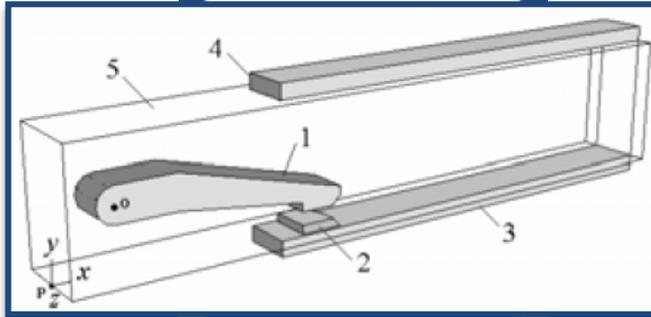
$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = 0. \quad (8)$$

Constitutive relationships:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (9)$$

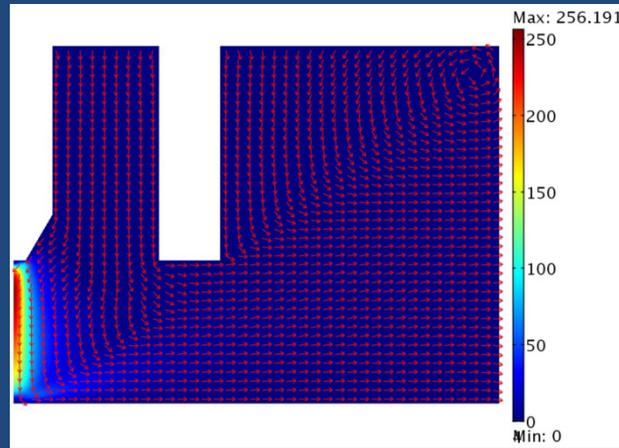
$$\vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (10)$$



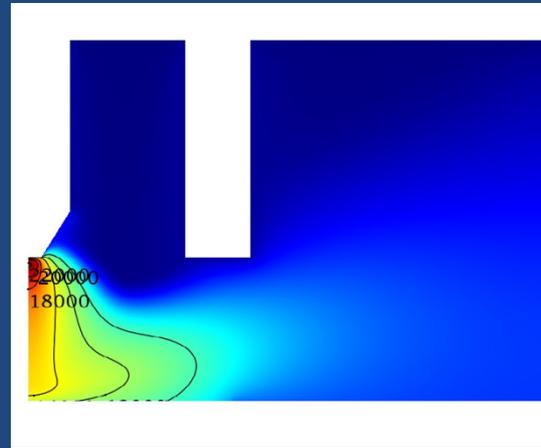
Température en fonction du temps dans le plan x-y plane (z = 0)

Modèle mathématique [5]

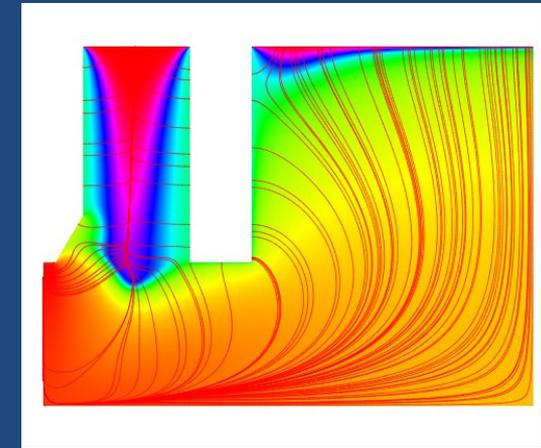
# Quelques exemples ➤ Arc libre (2D axi, stationnaire, laminaire, COMSOL Multiphysics®)



Vitesse (m/s) [6]

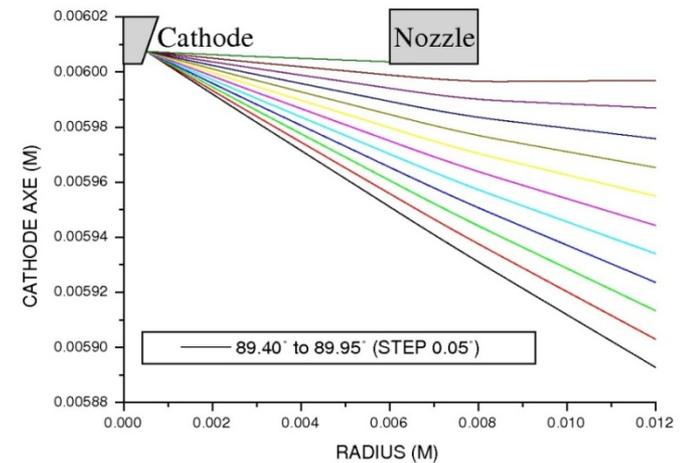
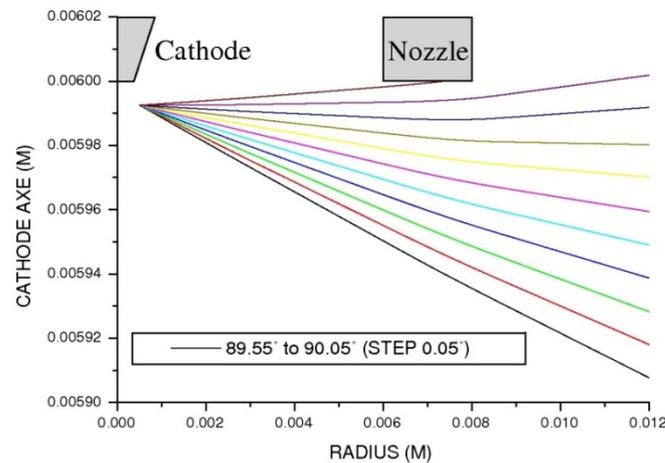


Température (K) [6]

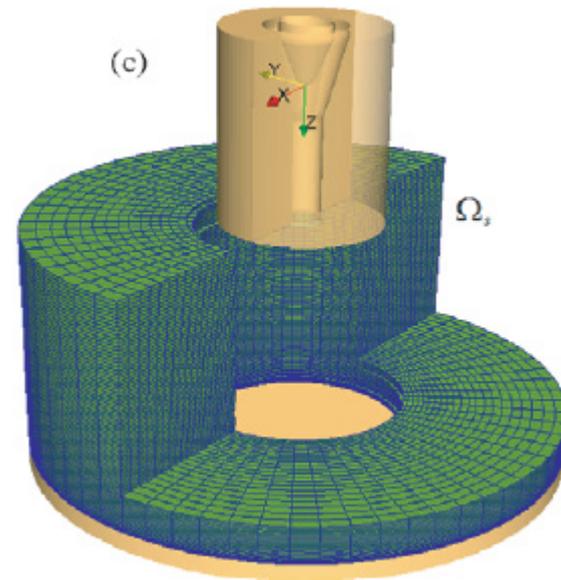
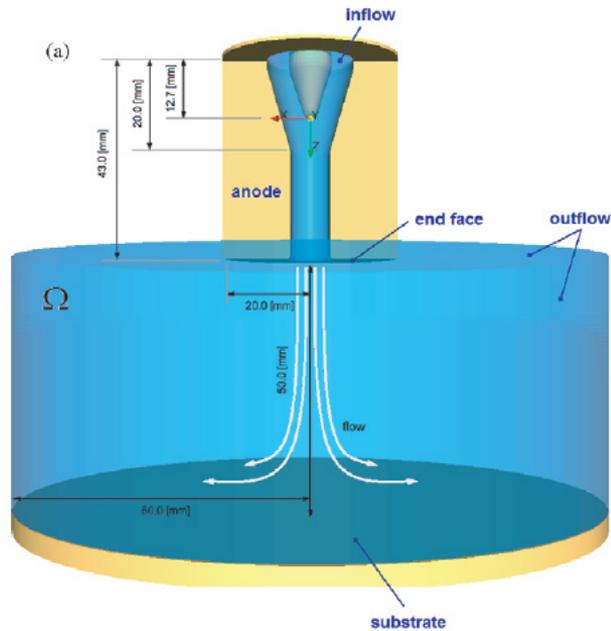
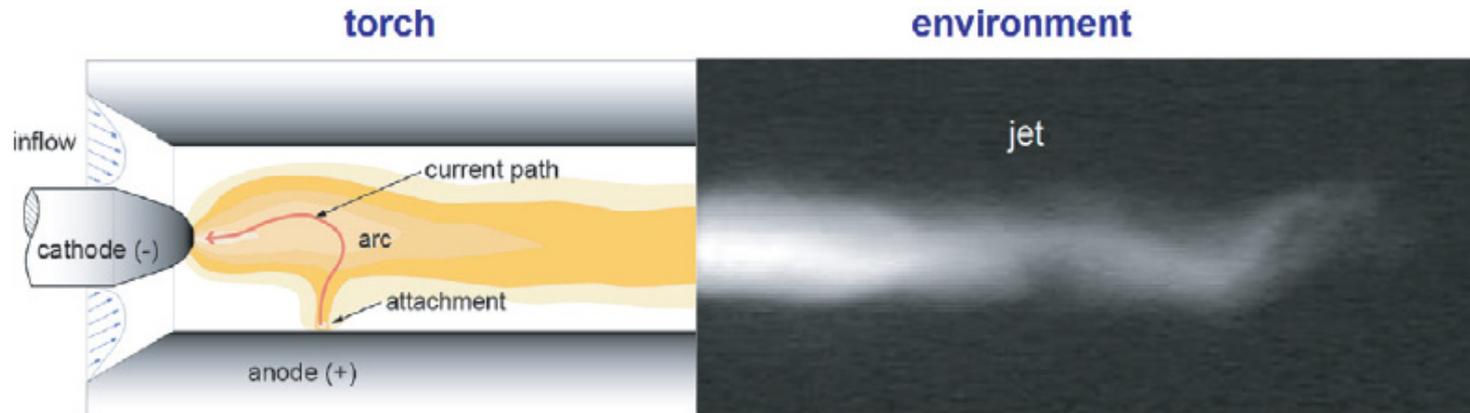


Indice de réfraction et gradients d'indice (streamlines) [6]

Mise en évidence d'un effet mirage



## Quelques exemples ➤ Torche plasma (3D, temporel, laminaire, 2T)



## Quelques exemples ➤ Torche (3D, temporel, laminaire, 2T)

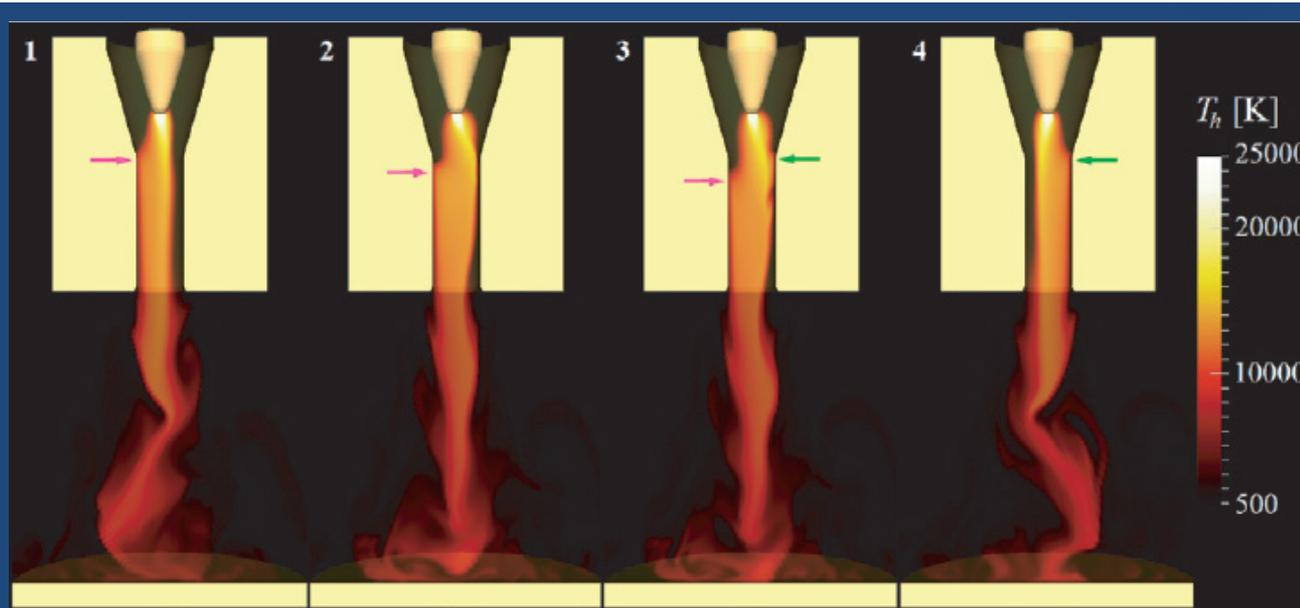
**Table 1.** Set of fluid–electromagnetic evolution equations for the arc discharge plasma flow; for each equation: *Transient + Advective–Diffusive–Reactive = 0*.

Equation	Transient	Advective	Diffusive	Reactive
Conservation of total mass	$\partial_t \rho$	$\mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}$	0	0
Conservation of linear momentum	$\rho \partial_t \mathbf{u}$	$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p$	$\nabla \cdot \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$ $-\nabla \cdot (\frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta)$	$\mathbf{J}_q \times \mathbf{B}$
Thermal energy heavy-species	$\rho \partial_t h_h$	$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla h_h$	$\nabla \cdot (\kappa_{hr} \nabla T_h)$	$\partial_t p_h + \mathbf{u} \cdot \nabla p_h$ $+ K_{eh} (T_e - T_h)$
Thermal energy electrons	$\rho \partial_t h_e$	$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla h_e$	$\nabla \cdot (\kappa_e \nabla T_e)$	$\partial_t p_e + \mathbf{u} \cdot \nabla p_e$ $- K_{eh} (T_e - T_h) - 4\pi \varepsilon_r$ $+ \mathbf{J}_q \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{5k_B}{2e} \mathbf{J}_q \cdot \nabla T_e$
Conservation of electric charge	0	0	$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi_p)$ $-\nabla \cdot (\sigma \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A}))$	0
Magnetic induction	$\mu_0 \sigma \partial_t \mathbf{A}$	$\mu_0 \sigma \nabla \phi_p$ $-\mu_0 \sigma \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{A})$	$\nabla^2 \mathbf{A}$	0

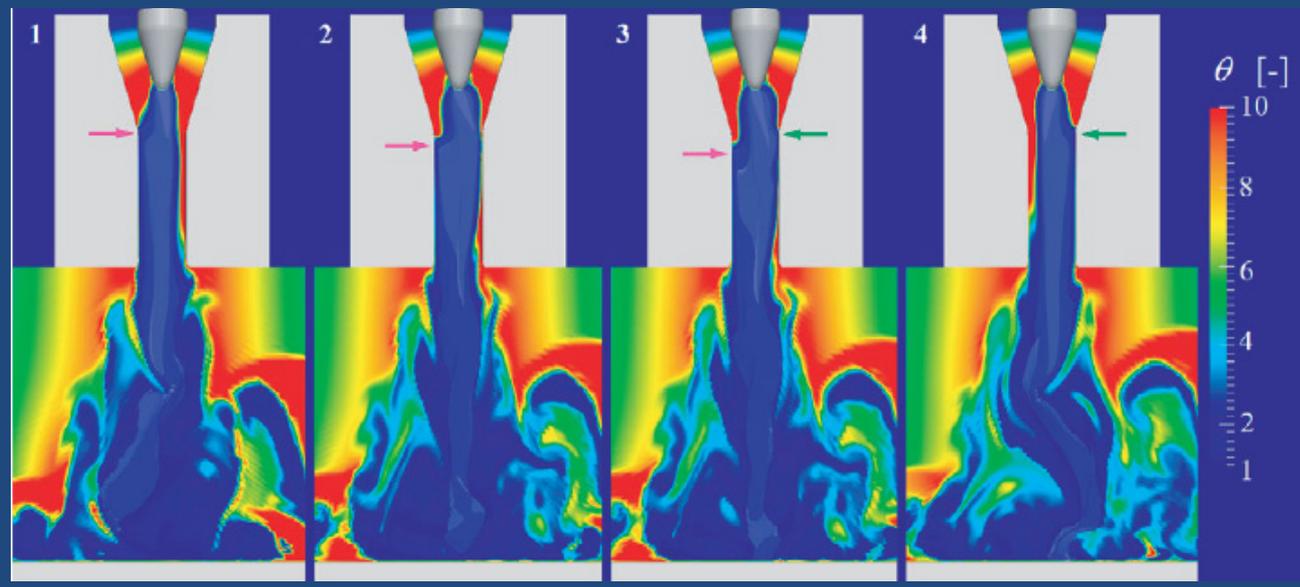
**Table 2.** Set of boundary conditions for the flow from a dc arc plasma torch.

Boundary	Variable					
	$p$	$\mathbf{u}$	$T_h$	$T_e$	$\phi_p$	$\mathbf{A}$
Cathode	$\partial_n p = 0$	$\mathbf{u} = \mathbf{0}$	$T_h = T_{\text{cath}}(z)$	$\partial_n T_e = 0$	$-\sigma \partial_n \phi_p = J_{\text{qcath}}(r)$	$\partial_n \mathbf{A} = \mathbf{0}$
Anode	$\partial_n p = 0$	$\mathbf{u} = \mathbf{0}$	$-\kappa_h \partial_n T_h = h_w (T_h - T_w)$	$\partial_n T_e = 0$	$\phi_p = 0$	$\partial_n \mathbf{A} = \mathbf{0}$
Inflow	$\partial_n p = 0$	$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{in}}$	$T_h = T_{\text{in}}$	$T_e = T_{\text{in}}$	$\partial_n \phi_p = 0$	$\mathbf{A} = \mathbf{0}$
Outflow	$p = p_\infty$	$\partial_n \mathbf{u} = \mathbf{0}$	$T_h = T_\infty$	$T_e = T_\infty$	$\partial_n \phi_p = 0$	$\partial_n \mathbf{A} = \mathbf{0}$
Substrate	$\partial_n p = 0$	$\mathbf{u} = \mathbf{0}$	$-\kappa_h \partial_n T_h = h_w (T_h - T_w)$	$\partial_n T_e = 0$	$\partial_n \phi_p = 0$	$\partial_n \mathbf{A} = \mathbf{0}$
End Face	$\partial_n p = 0$	$\mathbf{u} = \mathbf{0}$	$-\kappa_h \partial_n T_h = h_w (T_h - T_w)$	$\partial_n T_e = 0$	$\partial_n \phi_p = 0$	$\partial_n \mathbf{A} = \mathbf{0}$

## Quelques exemples ➤ Torche (3D, temporel, laminaire, 2T)

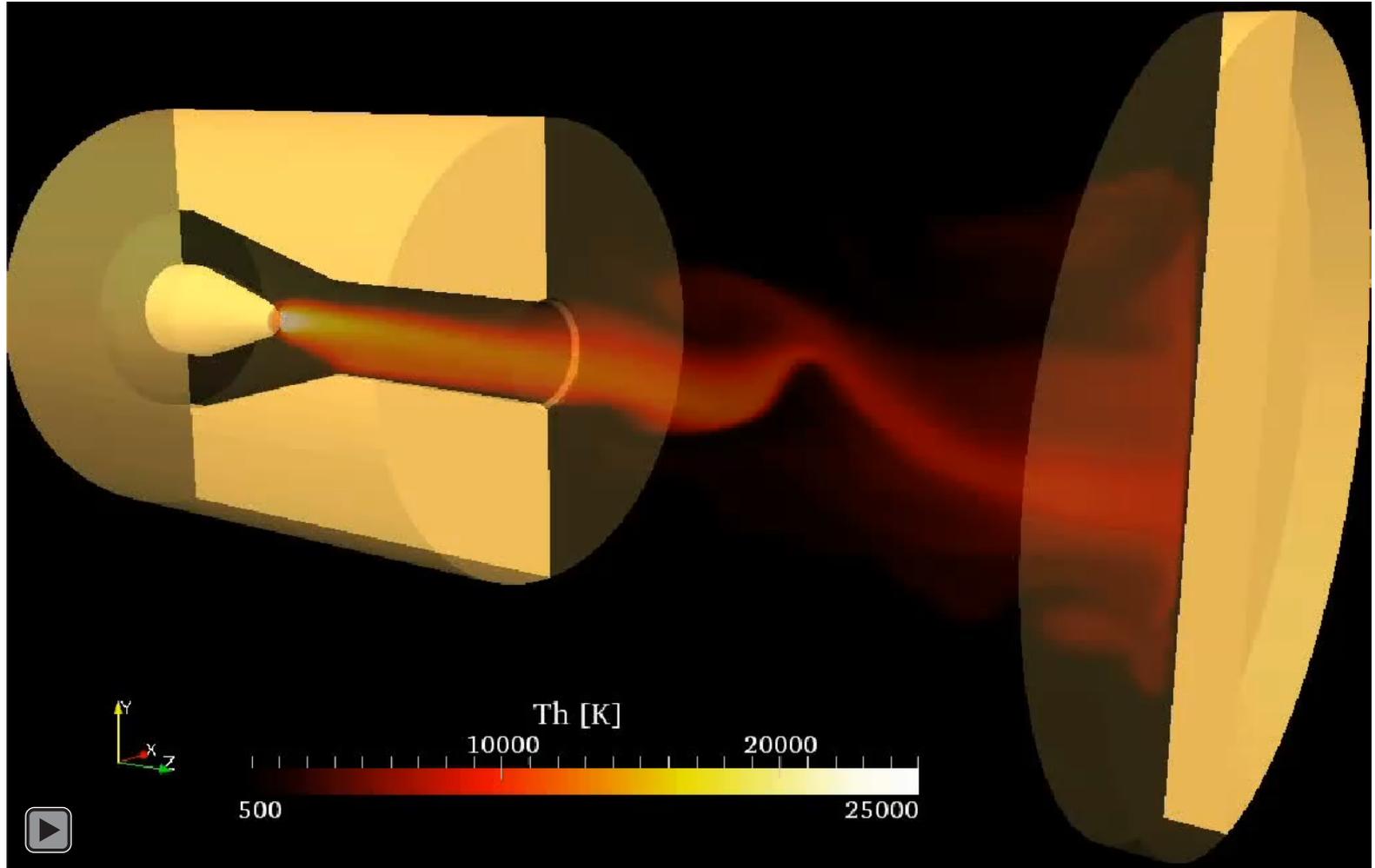


*Température des  
particules lourdes*



*Ecart à l'équilibre  
thermodynamique*

## Quelques exemples ➤ Torche (3D, temporel, laminaire, 2T)





## Plan de l'exposé

- Introduction
- Rappels sur les arcs électriques
- De la modélisation mathématique...
- ... à la simulation numérique
- Quelques exemples
- **Aspects complémentaires**
- Conclusion



## Aspects complémentaires

### ■ La turbulence

- Augmente les échanges (de masse, d'énergie, de quantité de mouvement...)
- Modèles RANS (0 à 2 équations), LES

### ■ La chimie

- Traitement des déchets, allumage, valorisation de la biomasse...
- Couplage fluide avec équations de conservation des espèces et schéma cinétique [8]

### ■ Les poudres

- Projection thermique, pollution du plasma...
- Modèle lagrangien couplé au modèle du plasma [9]

### ■ Les électrodes

- Soudage, coupure de courant... et tous les modèles pour s'affranchir de certaines conditions aux limites
- Des modèles toujours en cours de développement [10-11]

### ■ Les modèles 2T

- Etude des écarts à l'ETL
- Des modèles toujours en cours de développement [12]

[8] C Zaepffel 2008 Etude expérimentale et numérique d'une décharge électrique appliquée à l'allumage d'un milieu réactif Thèse de l'Université d'Orléans

[9] A Vardelle et al., SPCTS, Limoges

[10] J J Gonzalez et al 2009 Two-dimensional self-consistent modeling of the arc/cathode interaction J. Phys. D: Appl. Phys. 42 145204

[11] J Mougnot et al 2013 Argon and Arca1.37 plasma characteristics in a TIG configuration J. Phys. D: Appl. Phys. 46 495203

[12] P Freton et al 2012 Energy equation formulation for two temperature modeling of thermal plasmas J. Phys. D: Appl. Phys. 45 465206

## Conclusion

- Le modèle de base d'un arc électrique est basé sur :
  - La colonne positive
  - Une approche fluide autour de la mécanique des fluides, la thermique et l'électromagnétisme
  
- Nécessite des données de base :
  - Propriétés thermodynamiques et coefficients de transport
  - Rayonnement
  - Matériaux, chimie...
  
- Chaque configuration d'arc conduit à un modèle précis plus ou moins complet
  
- Pas de simulation numérique sans validation expérimentale !!
  - Généralement sur les grandeurs électriques et thermiques
  - Développement de nouvelles méthodes



**Association Arc Electrique** (<http://www.association-arc-electrique.org/>)

[13] D Hong, H Rabat et J M Bauchire, GREMI, Orléans

**Ouvrages :**

- « L'arc électrique », S. Vacquié, CNRS Editions - Eyrolles, ISBN 2-212-05822-5 (2000)
- « Thermal plasmas – Fundamentals and Applications », M. Boulos et al., Plenum Pub. Corp., ISBN 0-306-44607-3 (1994)